

Analiza harmoniczna w zastosowaniu do wyodrębnienia wahań cyklicznych wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych

Analiza harmoniczna należy do rzadziej stosowanych metod analizy ekonomicznych szeregów czasowych. Jednak w literaturze przedmiotu znaleźć można wiele wartościowych prac wskazujących, że zastosowanie tej metody pozwala na lepsze poznanie procesów powodujących ruchy zmiennych. Przykładem takiego opracowania jest analiza cykli koniunkturalnych w Hiszpanii, Francji i Wielkiej Brytanii (Portillo Pérez de Viñaspre, Pérez Pascual, 2001). Badania tam opisane wskazują, że uzyskane za pomocą analizy harmonicznej cykle są bardziej zbliżone do cykli opisywanych przez teorię ilości pieniędzy niż te, które wyodrębniano za pomocą innych metod.

Analiza cykli koniunkturalnych pozwala na lepsze poznanie związków zachodzących pomiędzy zmiennymi ekonomicznymi (Sims, 1990). Dzięki zastosowaniu analizy harmonicznej możemy w dość efektywny sposób opisać cykle empiryczne, w szczególności jeśli celem badań jest określenie dynamicznej relacji pomiędzy zmiennymi. Transformacja Fouriera umożliwia obserwowanie zachowania różnych składowych częstotliwościowych w szeregach stacjonarnych, jednak samo zastosowanie tej metody do badania szeregów dyskretnych nastęrcza wielu problemów metodologicznych (Pollock, 2008). Na tym opiera się chociażby test stacjonarności Grangera (Granger, Hatanaka, 1964) czy procedura zastosowana przez Engle'a do badania wpływu częstotliwości na charakter powiązań zmiennych (Engle, 1976).

Zastosowanie analizy harmonicznej do badania cykli koniunkturalnych opiera się na twierdzeniu, że wszystkie funkcje okresowe da się wyrazić za pomocą sumy składowych sinusoidalnych tak, że przy ograniczonej liczbie składowych można zadowalająco opisać analizowaną funkcję. Problemem może być tutaj występowanie w cyklach koniunkturalnych tendencji rozwojowej, co często uniemożliwia stosowanie analizy harmonicznej (Álvarez Vázquez, 1995), dlatego też jednym z pierwszych etapów postępowania w tej sytuacji jest eliminacja trendu i analiza cykli empirycznych wokół poziomu zerowego. Zgodnie z tym analiza harmoniczna pozwala na weryfikację hipotezy dotyczącej występowania regularnych cykli.

METODA ANALIZY

Idea analizy harmonicznej polega na tym, że wykres funkcji okresowej można otrzymać przez dodanie do siebie szeregu sinusoid. Jeśli każdą z sinusoid potraktuje się jako ruch drgający harmoniczny, to ruch złożony daje się rozłożyć

na oddzielne drgania harmoniczne. Takie oddzielne składowe wielkości sinusoidalne nazywają się składowymi harmonicznymi albo harmonikami, a rozłożenie funkcji okresowej na harmoniki nazywa się analizą harmoniczną. Funkcję okresową $f(x)$ można zapisać za pomocą rozwinięcia trygonometrycznego (Fichtenholz, 1997):

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \sin nx + b_n \cos nx]$$

Ekonomiczne szeregi czasowe mają charakter dyskretny. Jeśli przez T oznaczy się długość szeregu, to można dla niego określić $T/2$ harmonik, z których pierwsza harmonika ma okres równy długości całego szeregu, druga — połowie tego szeregu, trzecia — jednej trzeciej długości całego szeregu itd., ostatnia zaś harmonika ma okres równy 2. Harmoniki te stanowią rozwinięcie trygonometryczne szeregu czasowego (Cieślak, 2011):

$$y_t = a_0 + \sum_{k=1}^{\frac{T}{2}-1} \left[a_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) + b_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \right] + b_{\frac{T}{2}} \cos \pi t$$

gdzie:

k — numer harmoniki,

a_0, a_k, b_k — parametry rozwinięcia trygonometrycznego.

Parametry rozwinięcia trygonometrycznego szeregu czasowego wyznacza się za pomocą metody najmniejszych kwadratów (MNK), a ich wartości wynoszą:

$$a_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$$

$$a_k = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \sin\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \text{ dla } k = 1, \dots, \frac{T}{2} - 1$$

$$b_k = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \text{ dla } k = 1, \dots, \frac{T}{2} - 1$$

Dla ostatniej harmoniki o numerze $T/2$:

$$a_{\frac{T}{2}} = 0$$

$$b_{\frac{T}{2}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \cos(\pi t)$$

Opisywany model dotyczy badania kształtowania się zjawiska wokół poziomu średniego reprezentowanego przez parametr a_0 . W przypadku występowania trendu $f(t)$ model ten można przekształcić w model opisujący cykliczne oscylacje wokół poziomu 0:

$$y_t - f(t) = \sum_{k=1}^{\frac{T}{2}-1} \left[a_k \sin\left(\frac{2\pi}{T}kt\right) + b_k \cos\left(\frac{2\pi}{T}kt\right) \right] + b_{\frac{T}{2}} \cos \pi t$$

Siłę wahań cyklicznych dla danej harmoniki k opisuje jej amplituda:

$$A_k = \pm \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

Lokalizację punktu, w którym występuje amplituda harmoniki k wyznacza się za pomocą przesunięcia fazowego:

$$t_k = \frac{\arctg\left(\frac{a_k}{b_k}\right)}{\frac{2\pi}{T}k}$$

Wszystkie punkty, w których występuje maksymalne odchylenie *in plus* i *in minus* harmoniki k przesunięte są w stosunku do t_k o całkowitą wielokrotność $T/2k$.

Identyfikację cyklu, który najlepiej opisuje badane zjawisko można przeprowadzić za pomocą oceny udziału poszczególnych harmonik w wyjaśnianiu wariancji badanej zmiennej, czyli:

$$\omega_k = \frac{a_k^2 + b_k^2}{2s^2} \quad \text{dla } k = 1, \dots, \frac{T}{2} - 1$$

$$\omega_{\frac{T}{2}} = \frac{\frac{b_{\frac{T}{2}}^2}{2}}{s^2}$$

gdzie s^2 — ocena wariancji badanej zmiennej.

CEL I ZAKRES BADAŃ

Zachowanie cen ma kluczowe znaczenie dla funkcjonowania gospodarki. Przedmiotem kontrowersji o szczególnym znaczeniu jest to, na ile zmienne są ceny (Blanchard, Fisher, 1989). Natura zachowań cen w gospodarce ma także

ważne znaczenie dla polityki monetarnej. Biorąc zatem pod uwagę znaczenie kształtowania się cen, celem badania uczyniono określenie siły i długości wahań cyklicznych wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych (*CPI*). Zastosowanie analizy harmonicznej pozwoliło na rozłożenie wartości *CPI* na składowe sinusoidalne, dla których znany jest okres, a więc długość wahań cyklicznych oraz amplituda, a zatem siła takich wahań. Ponadto dla każdej z funkcji sinusoidalnych wyznaczono udział danej funkcji w ogólnej wariancji *CPI*, co pozwoliło na określenie funkcji najlepiej opisujących jego zachowanie.

Badaniu poddano wartości ogólnego *CPI* oraz *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych i *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych. Analizowano zachowanie *CPI* liczonego miesiąc do analogicznego miesiąca roku ubiegłego oraz miesiąc do miesiąca poprzedniego. Badany okres obejmujący lata 2003—2012 zawiera 120 obserwacji, co pozwoliło na wyznaczenie 60 harmonik. W artykule zamieszczono parametry 10 harmonik o numerach, takich jak w tabl. 1. Pierwsza z wyznaczonych harmonik ($k = 1$) ma okres o długości 120 miesięcy, a ostatnia ($k = 60$) okres o długości 2 miesięcy. W tabl. 1 podano okresowość harmonik prezentowanych w dalszej części.

TABL. 1. ZASTOSOWANE HARMONIKI

Numery harmoniki k	Miesiące	Lata
1	120	10
2	60	5
3	40	3,33
4	30	2,5
5	24	2,0
10	12	1,0
20	6	0,5
30	4	0,33
40	3	0,25
60	2	0,17

Źródło: opracowanie własne.

OCENA CYKLICZNOŚCI CPI LICZONEGO MIESIĄC DO ANALOGICZNEGO MIESIĄCA ROKU POPRZEDNIEGO

Na wyk. 1 przedstawiono kształtowanie się wartości *CPI*. W przyjętym do analizy okresie zauważyć można trzy wyraźne cykle obejmujące następujące lata: pierwszy — 2003—2005, drugi — 2006—2010, trzeci — 2010—2012.

W każdym z tych okresów wartości wskaźnika rosły w pierwszej połowie i malały w drugiej, jednak dość wyraźnie różniły się one ze względu na zakres zmienności. W pierwszym okresie ogólny *CPI* kształtował się na poziomie od ok. 0,5% do 4,5%, by w końcu spaść ponownie do 0,5%, w drugim okresie zbliżał się już do 5%, a następnie spadł do ok. 2%, w trzecim okresie zaobserwowano wzrost do 5%, a następnie spadek do nieco ponad 2%. *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych w okresie drugim i trzecim charakteryzował się większą stabilnością niż w okresie pierwszym, a *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych we wszystkich trzech okresach zachowywał się podobnie.

Konsekwencją wyraźnie kształtujących się trzech cykli jest najlepsze dopasowanie do danych empirycznych harmoniki o numerze $k=3$, której okres wynosi $1/3$ badanego okresu, czyli ok. 3,3 roku. W przypadku ogólnego *CPI* harmonika ta wyjaśnia blisko 50% całkowitej zmienności tego wskaźnika i charakteryzuje się amplitudą na poziomie $\pm 1,3$, dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych jest to blisko 55% z amplitudą $\pm 1,6$, a dla *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych — ponad 48% z amplitudą $\pm 1,1$ (tabl. 2—4). Obserwacja przesunięcia fazowego wskazuje, że wyróżniona harmonika dla *CPI* po wyłączeniu wpływu cen administrowanych wyprzedza harmonikę *CPI* o około miesiąc, a harmonikę *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych o około 4 miesiące.

Spośród pozostałych harmonik stosunkowo dużym udziałem w wariancji *CPI* charakteryzują się także harmoniki o numerze $k=1$ i $k=4$. Pierwsza z nich reprezentuje wahania 10-letnie, a jej amplituda wynosi $\pm 0,88$ dla *CPI*, $\pm 0,72$ dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych i $\pm 0,82$ dla *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych. Druga reprezentuje wahania 2,5-letnie — amplituda tej harmoniki wynosi $\pm 0,66$ dla *CPI*, $\pm 0,87$ dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych i $\pm 0,51$ dla *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych. Wskazane trzy harmoniki wyjaśniają 81,1% zmienności *CPI*, 81,7% zmienności *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych i 83,5% zmienności *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych.

TABL. 2. PARAMETRY WYBRANYCH HARMONIK DLA *CPI* LICZONEGO MIESIĄC DO ANALOGICZNEGO MIESIĄCA ROKU POPRZEDNIEGO

Numery harmoniki k	Ocena parametrów		Amplituda A_k	Przesunięcie fazowe t_k	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_k w %
	a_k	b_k			
1	-0,8819	-0,0249	0,8823	29,4611	21,6742
2	0,2308	0,0526	0,2367	12,8583	1,5603
3	-0,9512	-0,9279	1,3288	5,0790	49,1615
4	-0,6208	-0,2351	0,6638	5,7713	12,2697
5	-0,2866	0,1586	0,3275	7,9312	2,9872
10	-0,1238	-0,0186	0,1252	2,7152	0,4366
20	-0,0693	0,0338	0,0771	1,9334	0,1655
30	-0,0255	0,0036	0,0257	1,0882	0,0184
40	-0,0196	0,0340	0,0393	1,2498	0,0429
60	0,0000	0,0277	0,0277	0,0000	0,0428

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS.

TABL. 3. PARAMETRY WYBRANYCH HARMONIK DLA *CPI* PO WYŁĄCZENIU CEN ADMINISTROWANYCH LICZONEGO MIESIĄC DO ANALOGICZNEGO MIESIĄCA ROKU POPRZEDNIEGO

Numery harmoniki k	Ocena parametrów		Amplituda A_k	Przesunięcie fazowe t_k	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_k w %
	a_k	b_k			
1	-0,7203	0,0377	0,7213	30,9979	10,9426
2	0,2861	-0,0781	0,2966	17,5445	1,8501
3	-0,9500	-1,3061	1,6151	4,0034	54,8655
4	-0,8589	-0,1335	0,8692	6,7636	15,8927
5	-0,3400	0,1510	0,3720	7,5960	2,9113
10	-0,1560	-0,0136	0,1566	2,8342	0,5161
20	-0,0767	0,0356	0,0846	1,9154	0,1505
30	-0,0311	0,0039	0,0313	1,0786	0,0206
40	-0,0223	0,0383	0,0443	1,2485	0,0413
60	0,0000	0,0294	0,0294	0,0000	0,0363

Źródło: jak przy tabl. 2.

TABL. 4. PARAMETRY WYBRANYCH HARMONIK DLA *CPI* PO WYŁĄCZENIU CEN NAJBARDZIEJ ZMIENNYCH LICZONEGO MIESIĄC DO ANALOGICZNEGO MIESIĄCA ROKU POPRZEDNIEGO

Numery harmoniki k	Ocena parametrów		Amplituda A_k	Przesunięcie fazowe t_k	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_k w %
	a_k	b_k			
1	-0,7799	-0,2479	0,8184	24,1222	25,4126
2	0,4053	-0,0120	0,4055	15,2827	6,2399
3	-1,0724	-0,3502	1,1281	7,9903	48,2914
4	-0,4606	-0,2138	0,5078	5,4250	9,7830
5	-0,2553	-0,0112	0,2556	5,8321	2,4784
10	-0,1210	0,0127	0,1217	3,2001	0,5619
20	-0,0712	0,0317	0,0779	1,8995	0,2304
30	-0,0261	0,0341	0,0429	1,5846	0,0699
40	-0,0101	0,0186	0,0212	1,2616	0,0170
60	0,0000	0,0381	0,0381	0,0000	0,1103

Źródło: jak przy tabl. 2.

Harmoniki reprezentujące wahania krótkookresowe charakteryzują się niewielkim udziałem w wyjaśnianiu wariancji. W szczególności harmonika o numerze $k=10$ reprezentująca cykle roczne wyjaśnia tylko ok. 0,5% zmienności wskaźnika *CPI*.

OCENA CYKLICZNOŚCI CPI LICZONEGO MIESIĄC DO MIESIĄCA

Na wyk. 2 przedstawiono kształtowanie się wartości *CPI* liczonego miesiąc do miesiąca. Kształty wykresów ogólnego *CPI* oraz *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych są podobne, natomiast kształt wykresu *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych jest wyraźnie inny. Oznacza to występowanie odmiennych właściwości analizowanych szeregów czasowych, co potwierdzają wyznaczone parametry harmonik (tabl. 5—7).

W przypadku ogólnego *CPI* oraz *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych najlepiej do danych dopasowana była harmonika o numerze $k=20$, która reprezentuje cykle półroczne. Harmonika ta wyjaśnia jednak tylko 18,2% zmienności *CPI* oraz 27,4% zmienności *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych. Amplituda tej harmoniki wynosi $\pm 0,21$ dla ogólnego *CPI* i $\pm 0,29$ dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych, pierwsze minimum przypada na styczeń, a kolejne na lipiec, natomiast pierwsze maksimum przypada na kwiecień, a kolejne na październik.

Na uwagę zasługuje także harmonika o numerze $k=10$, która reprezentuje cykle roczne. Harmonika ta wyjaśnia 16,3% zmienności ogólnego *CPI* oraz 11,2% zmienności *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych. Amplituda tej harmoniki wynosi $\pm 0,20$ dla ogólnego *CPI* i $\pm 0,19$ dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych, maksimum tej harmoniki przypada na luty, a minimum na sierpień.

Mniejszym udziałem w wyjaśnianiu zmienności charakteryzuje się harmonika o numerze $k=30$, czyli reprezentująca cykle 4-miesięczne. Jednak jest to już tylko ok. 10% dla ogólnego *CPI* i 7,2% dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych. Spośród cykli o dłuższym okresie jedynie harmonika o numerze $k=3$, czyli reprezentująca wahania o okresie 3,3 roku, charakteryzowała się większym udziałem w wyjaśnianiu zmienności wskaźnika, ale było to tylko 5,6% dla ogólnego *CPI* i 6,4% dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych.

Wszystkie prezentowane harmoniki wyjaśniają 64,5% zmienności ogólnego *CPI* i 61,9% zmienności *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych. Nie są to jednak wyniki znaczące.

TABL. 5. PARAMETRY WYBRANYCH HARMONIK DLA *CPI* LICZONEGO MIESIĄC DO MIESIĄCA

Numery harmoniki k	Ocena parametrów		Amplituda A_k	Przesunięcie fazowe t_k	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_k w %
	a_k	b_k			
1	-0,0691	-0,0196	0,0718	24,7174	2,0924
2	0,0190	0,0222	0,0293	6,7604	0,3476
3	0,0007	-0,1170	0,1170	19,9613	5,5531
4	-0,0098	-0,0651	0,0659	0,7158	1,7587
5	-0,0321	-0,0228	0,0394	3,6412	0,6295
10	0,1694	0,1076	0,2007	1,9198	16,3368
20	-0,1921	-0,0894	0,2119	1,0843	18,2086
30	0,1421	-0,0721	0,1594	1,2989	10,2993
40	0,0784	-0,0218	0,0813	0,8796	2,6832
60	0,0000	-0,0899	0,0899	0,0000	6,5545

Źródło: jak przy tabl. 2.

TABL. 6. PARAMETRY WYBRANYCH HARMONIK DLA *CPI* PO WYŁĄCZENIU CEN ADMINISTROWANYCH LICZONEGO MIESIĄC DO MIESIĄCA

Numery harmoniki k	Ocena parametrów		Amplituda A_k	Przesunięcie fazowe t_k	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_k w %
	a_k	b_k			
1	-0,0602	-0,0060	0,0605	28,1021	1,1760
2	0,0311	0,0215	0,0377	9,2255	0,4582
3	0,0263	-0,1382	0,1407	18,8027	6,3668
4	-0,0343	-0,0793	0,0864	1,9481	2,4016
5	-0,0348	-0,0234	0,0419	3,7404	0,5649
10	0,1641	0,0888	0,1866	2,0523	11,2004
20	-0,2697	-0,1119	0,2920	1,1245	27,4216
30	0,1330	-0,0686	0,1496	1,3032	7,2011
40	0,0584	0,0187	0,0613	0,6022	1,2099
60	0,0000	-0,0783	0,0783	0,0000	3,9395

Źródło: jak przy tabl. 2.

TABL. 7. PARAMETRY WYBRANYCH HARMONIK DLA *CPI* PO WYŁĄCZENIU CEN NAJBARDZIEJ ZMIENNYCH LICZONEGO MIESIĄC DO MIESIĄCA

Numery harmoniki k	Ocena parametrów		Amplituda A_k	Przesunięcie fazowe t_k	Udział w wyjaśnianiu zmienności ω_k w %
	a_k	b_k			
1	-0,0720	-0,0465	0,0857	19,0487	6,4242
2	0,0397	0,0228	0,0458	10,0265	1,8339
3	-0,0515	-0,1130	0,1242	2,7213	13,4896
4	-0,0009	-0,0530	0,0530	0,0825	2,4579
5	-0,0072	-0,0326	0,0334	0,8296	0,9747
10	-0,0457	0,1362	0,1437	5,3822	18,0668
20	-0,0447	-0,0313	0,0545	0,9169	2,6022
30	-0,0475	0,0371	0,0603	1,4220	3,1775
40	0,0319	0,0130	0,0345	0,5651	1,0400
60	0,0000	-0,0176	0,0176	0,0000	0,5452

Źródło: jak przy tabl. 2.

W porównaniu z ogólnym *CPI* i *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych, *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych zachowuje się inaczej. W jego przypadku największym udziałem w wyjaśnianiu zmienności charakteryzują się harmonika o numerze $k=10$ reprezentująca cykle roczne (18,1%) i harmonika o numerze $k=3$ reprezentująca cykle w okresie 3,3 roku (13,5%). Amplituda harmoniki o okresie rocznym wynosiła $\pm 0,14$ i naturalnie była mniejsza od analogicznej amplitudy dla ogólnego *CPI* i *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych. Maksimum tej harmoniki przypadło na listopad, a minimum na maj.

Wszystkie prezentowane harmoniki wyznaczone dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych wyjaśniają jedynie 50,6% całkowitej zmienności tego wskaźnika.

Podsumowanie

Badania przeprowadzone w pracy wskazały, że wskaźnik *CPI* liczony miesiąc do analogicznego miesiąca roku poprzedniego podlega dość silnym wahaniom okresowym. Okazuje się, że są to przede wszystkim wahania o okresie 3,3 roku, które wyjaśniają ok. 50% zmienności tego wskaźnika. Podobnie zachowuje się *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych i *CPI* po wyłączeniu cen najbardziej zmiennych. Amplituda wahań w okresie 3,3 roku ogólnego *CPI* wyniosła ok. 1,3 p.proc., co oznacza, że w ciągu jednego okresu różnica pomiędzy najmniejszą i największą jego wartością sięgnęła 2,6 p.proc. Dla *CPI* po wyłączeniu cen administrowanych było to już ok. 3,2 p.proc. Biorąc pod uwagę jeden z podstawowych celów polityki monetarnej, czyli stabilizację cen, wyniki te można ocenić pozytywnie — tym bardziej że z prezentowanych danych (wykr. 1) wynika, że wahania te z okresu na okres są słabsze.

CPI liczony miesiąc do miesiąca wykazuje zdecydowanie słabsze właściwości okresowe. Najsilniejsze wahania o okresie półrocznym i rocznym wyjaśniały poniżej 20% jego zmienności. Tymczasem można było oczekiwać, że szczególnie wahania o okresie rocznym powinny mieć znaczący udział w wyjaśnianiu zmienności tego wskaźnika liczonego miesiąc do miesiąca. Oczywiście nie oznacza to, że takiego wpływu nie ma. Warunki panujące w kolejnych latach mogły być inne, co spowodowało, iż ceny nie zachowywały się w każdym roku identycznie. Dowodem tego mogą być chociażby wyniki pozostałych harmonik o krótkim okresie, które charakteryzowały się podobnym udziałem w wyjaśnianiu zmienności wskaźnika *CPI* liczonego miesiąc do miesiąca.

dr Grzegorz Przekota — Politechnika Koszalińska

LITERATURA

- Álvarez Vázquez N. J. (1995), *Una alternativa a la regresión múltiple en la predicción económica: aplicación al tráfico telefónico internacional*, Lecture presented to the IX Reunión de la Asociación Científica Europea de Economía Aplicada (ASEPELT), Santiago de Compostela
- Blanchard O. J., Fisher S. (1989), *Lectures on macroeconomics*, MIT Press, Cambridge
- Cieślak M. (2011), *Prognozowanie gospodarcze, metody i zastosowania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
- Engle R. F. (1976), *Band Spectrum Regression Inter*, „International Economic Review”, Vol. 15
- Fichtenholz G. M. (1997), *Rachunek różniczkowy i całkowity*, tom 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa

- Granger C. W. J., Hatanaka M. (1964), *Spectral Analysis of Economic Time Series*, Princeton University Press
- Pollock D. S. G. (2008), *Statistical Fourier Analysis: Clarifications and Interpretations*, University of Leicester, Department of Economics, „Working Paper”, No. 08/36
- Portillo Pérez de Viñaspre F., Pérez Pascual P. A. (2001), *Harmonic Analysis: the Application of Theoretical Cycles to the Economics Analysis*, „Review on Economic Cycles”, Vol. 2
- Sims C. A. (1990), *Macroeconomics and Reality*, C. W. J. Granger (red.), *Modelling Economic Series*, Clarendon Press, Oxford

SUMMARY

The article discusses the problem of cyclicity of the price index of goods and services (CPI), recognizing that it is worthwhile to conduct research to better understand this phenomenon, since the behavior of prices is crucial to the functioning of the economy. To determine the cyclical nature of the CPI the author uses harmonic analysis, which allowed him to determine the strength and length variations in this ratio. The study covers the period of 2003—2012. The CPI calculated "month to the same month of the previous year" shows fairly stronger periodic fluctuations than the calculated "month to previous month".

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается проблема периодичности показателя цен товаров и услуг (CPI), признавая, целесообразность обследования для лучшего изучения этого явления, потому что уровень и изменения цен имеют решающее значение для экономики. Для определения периодичности CPI был использован гармонический анализ, который позволил определить прочность и длину колебаний этого показателя. Обследованьем были охвачены 2003—2012 гг.

CPI считааемый месяц к соответствующему месяцу предыдущего года подвергается достаточно сильным периодическим колебаниям, а считааемый месяц к предыдущему месяцу проявляет определенно слабее периодические свойства.